

1. PROTSENTARVUTUS MAJANDUSES

Sissejuhatus

Protsentiarvutus leiab majanduses laialdast kasutamist. Erinevate maksude, laenuintresside, trahvide jms suuruse määramisel kasutatakse protsenti mingist summast. Maksude korral antakse ette protsent maksustatavast summast, laenude korral on intresside määramise aluseks laenujääk. Maksu suurus protsendina maksustavast summast on **maksumäär**, intresside korral kasutatakse terminit intressimäär.

Lisaks kasutatakse protsenti erinevate majandust ja ühiskonda kirjeldavate suuruste võrdlemisel, sest absoluutarvudes antavad väärtused ei ole erinevate piirkondade (maakonnad, riigid) võrdlemisel esinduslikud. Näiteks ei ole mõistlik võrrelda Harjumaa või Võrumaa töötute arvu, sest nendes maakondades on elanike arv erinev. Küll aga saab võrrelda **töötuse määra**, mis näitab, mitu protsenti on töötuid kogu tööealises rahvastikus.

1.1. Protsentülesannete põhitüübid

Protsent on üks reaalarvu kirjutusviise: $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$. Üldiselt

$$p\% = \frac{p}{100} = 0,01p.$$

Et leida 1% arvust a , tuleb leida $\frac{1}{100}$ arvust a ja see on $\frac{a}{100} = 0,01a$. Selleks, et leida 13%

arvust a , tuleb leida $\frac{13}{100}$ arvust a ja see on $\frac{13}{100} \cdot a = 0,13a$.

Sageli kasutatakse protsentülesannete lahendamisel võrdust

$$\frac{b}{a} = \frac{p}{100\%},$$

kus p antakse protsentides ja see näitab, mitu protsenti arv b moodustab arvust a . Kuna aga $100\% = 1$, võib paremal pool jagamise 100% -ga ära jätta ja me saame seose

$$\frac{b}{a} = p.$$

Näide 1.1.1. Härra A kulutab oma 700 eurosest kuu sissetulekust keskmiselt 84 eurot kuus auto peale. Mitu protsenti sissetulekust kulub härral A auto peale?

Lahendus.

$$\frac{84}{700} = 0,12 = 12\%$$

Vastus: Auto peale kulub 12% härra A sissetulekust. #

Näide 1.1.2. Volli on säästnud 1500 eurot. 60% sellest soovib ta paigutada aktsiatesse. Mitme euro eest saab ta aktsiaid osta?

Lahendus.

Olgu aktsiate ostmiseks kasutatav summa x . Probleemi kirjeldusest selgub, et arv x on 60% arvust 1500. Järelikult

$$\begin{aligned}\frac{x}{1500} &= 60\% \\ x &= 60\% \cdot 1500 = 0,6 \cdot 1500 = 900\end{aligned}$$

Kontroll: Leiame, mitu protsenti moodustab arv 900 arvust 1500:

$$\frac{900}{1500} = 0,6 = 60\%.$$

Vastus: Volli saab aktsiaid osta 900 euro eest. #

Näide 1.1.3. Võrreldes 2011. aasta 1. kvartaliga, kasvas 2. kvartalis Eestis keskmine palk 65 euro võrra ehk 8,21%. Kui suur oli keskmine palk 2011. aasta 1. kvartalis?

Lahendus.

Olgu keskmine palk 2011. aasta 1. kvartalis x . Esitatud andmete põhjal moodustab arv 65 arvust x 8,21%. Järelikult

$$\frac{65}{x} = 8,21\%,$$
$$x = \frac{65}{8,21\%} = \frac{65}{0,0821} \approx 792.$$

Kontroll: Leiame, mitu protsenti moodustab arv 65 arvust 792:

$$\frac{65}{792} \approx 0,0821 = 8,21\%.$$

Vastus: 2001. aasta 1. kvartalis oli keskmine palk Eestis 792 eurot. *Märkus: Vastus on ümardatud ühelisteni, sest algandmetes oli keskmise palga muutus antud üheliste täpsusega. Arvutamisel ei saa täpsus suurenda. #*

Paneme tähele

1. Protsentiarvutuste korral piisab, kui teame üht seost: seda, kuidas leida protsenti arvust. Ülejäänud probleemide lahendamisel tähistame tundmatu tähega x , paneme kirja vastava seose ja avaldame sealt tundmatu x .
2. Arvutamisel on soovitav protsendid teisendada kümnendmurdudeks. Protsendimärki kasutatakse vaid algandmetes või vastuse esitamisel.

Näide 1.1.4. Müüja Malle teenindab tunnis 70 ostjat, müüja Tiiu 50 ostjat. Leida

- a) mitu protsenti on Malle töökiirus Tiiu omast suurem?
- b) mitu protsenti on Tiiu töökiirus Malle omast väiksem?

Lahendus

Müüjate Malle ja Tiiu töökiiruste erinevus on $70-50=20$ ostjat tunnis.

- a) Leiame, mitu protsenti moodustab see erinevus Tiiu töökiirusest:

$$\frac{20}{50} = 0,4 = 40\%.$$

b) Leiame, mitu protsenti moodustab töökiiruste erinevus Malle töökiirusest:

$$\frac{20}{70} \approx 0,286 = 28,6\%.$$

Vastus: a) Malle töökiirus on Tiiu omast 40% suurem. b) Tiiu töökiirus on Maie omast 28,6% väiksem. #

Eelmises näites nägime, et oluline on tähele panna, millisest arvust tuleb protsents leida.

Suursusi, mis avalduvad protsendi osana, on mugavam esitada veel väiksema ühiku **promilli** abil. Nimetus „promill“ tuleneb ladinakeelsest väljendist *pro mille*, mis tähendab „tuhande kohta“. Promilli tähiseks on ‰. Seega $1‰ = 1/1000 = 0,001$.

Promilli kasutatakse muu hulgas merevee soolsuse, vere alkoholisisalduse ja eesnime esinemissageduse näitamiseks. Näiteks on Läänemere soolsus idaosas umbes 2‰ ja järelikult üks kilogramm merevett sisaldab 2 grammi soola. Atlandi ookeani soolsus on tunduvalt suurem, umbes 35 ‰.

Demograafias kasutatakse promilli sündimuse üldkordaja, suremuse üldkordaja ja loomuliku iibe kordaja näitamiseks. **Sündimuse üldkordaja** (seda nimetatakse sageli lihtsalt **sündimuskordajaks**) on mingi piirkonna kogu rahvastiku või mõne selle osa elussündide arv mingis ajavahemikus jagatuna vaatlusaluse rahvastiku keskmise suurusega selles ajavahemikus. Tavaliselt väljendatakse sündimuse üldkordajat promillides (1000 inimese kohta) ning ajavahemikuks võetakse üks aasta. Suurimad sündimuse üldkordajad on Lääne- ja Kesk-Aafrika riikides: Nigeris 50,73 promilli, Malis 49,82 promilli ja Ugandas 47,35 promilli. Kõige väiksemad sündimuse üldkordajad on Lääne-Euroopa riikides: Saksamaal 8,25 promilli, Andorras 8,71 promilli ja Itaalias 8,72 promilli (Vikipeedia). Eestis oli sündimuse üldkordaja 1987. a. 16,16 ja 2010. aastal 11,81 promilli (Eesti Statistikaamet).

Promillides väljendatakse ka väärismetalli (kulla, hõbeda) sisaldust sulamis, mida nimetatakse sulami prooviks. Näiteks kui sõrmuse kullaproov on 750, siis see näitab, et puhast kulda on selles sõrmuses 750 ‰ ehk 75 %.



ÜLESANDED

1.1.1. 2010. aastal oli Pärnu maakonnas tööjõudu 40,7 tuhat inimest ja nende hulgas töötuid 6 tuhat. Rapla maakonnas oli samal aastal tööjõudu 19,3 tuhat inimest, kelle hulgas oli töötuid 4 tuhat. Leida töötuse määr (töötute osakaal tööjõus) kummaski maakonnas.

1.1.2. Kohvikus oli arve 7,6 eurot.

- a) Kui palju tuleks ettekandjale raha anda, et jootraha oleks täpselt 10% arvest?
- b) Mitu protsenti arvest on jootraha suurus siis, kui anda ettekandjale 8 eurot 50 senti?

1.1.3. Ettevõttes on 120 töötajat ja 30% on täienduskoolituse läbi teinud. Mitu töötajat peab veel täienduskoolitusel käima, et kõik oleksid selle läbi teinud?

1.1.4. Kui Jaan kulutab 65% oma jõudeajast televiisori vaatamiseks, ja seda teeb ta 13 tundi nädalas, siis mitu tundi on Jaanil nädalas jõudeaega?

1.1.5. Kui oli tehtud 45% ettenähtud tööst, maksti selle eest 90 eurot. Kui suur summa oli ettenähtud kogu töö tegemise eest?

1.1.6. Eramu omanik tellis ehitustööde ettevõttelt puitterrassi. Ettevõtja poolt esitatud hinnapakumises oli materjalide maksumuseks märgitud 525 eurot ja tööraha 325 eurot, kogumaksumus 850 eurot. Terrassi ehitamise käigus selgus, et materjalide hind oli tõusnud ning peale töö valmimist esitatud arvel oli materjalide maksumus 5% suurem.

- a) Mitu protsenti esialgses hinnapakumises toodud terrassi kogumaksumusest oli kulu materjalile ja mitu protsenti moodustas tööraha?
- b) Mitu protsenti suurenes terrassi kogumaksumus materjalide hinnatõusu tõttu?
- c) Mitu protsenti moodustas materjalikulu terrassi kogumaksumusest lõpus esitatud arvel?
- d) Kui ehitaja oleks hinnatõusust põhjustatud lisakulu materjalidele jätnud enda kanda ja poleks suurendanud terrassi kogumaksumust, mitu protsenti oleks siis vähenenud tööraha?
- e)** Kuidas on seotud materjalide hinna tõus 5%, osas a) leitud materjalikulu osakaal kogumaksumusest ning osas b) leitud kogumaksumuse tõus protsentides?

1.1.7. Kaup hinnaga 200 eurot pandi odavale väljamüügile hinnaga 150 eurot. Leida, mitu protsenti on

- a) odava väljamüügi hind madalam esialgsest hinnast;
- b) esialgne hind kallim odava väljamüügi hinnast.

1.1.8. Oodatav eluiga on vastaval aasal sündinute keskmiselt elada jääv aastata arv. Aastal 2010 oli Eestis meeste oodatav eluiga 70,6 aastat ja naistel 80,5 aastat. Leida, mitu protsenti oli

- a) naiste oodatav eluiga pikem kui meestel;
- b) meeste oodatav eluiga lühem kui naistel.

1.1.9. Kui palju on kulda ja kui palju muid metalle 7,2 grammi kaalavas kuldehtes, mille proov on a) 375; b) 585; c) 835 ? Vastus esitada kümnendiku grammi täpsusega.

1.1.10. 2006. aastal oli sündimuskordaja Harju maakonnas 13‰ ja Hiiu maakonnas 8‰. Mitu sündi registreeriti sel aastal nendes maakondades, kui rahvaarv oli neis vastavalt 521313 ja 10222 elanikku?

1.1.11. * Arve peal on kirjas, et maksetähtaja ületamisel tuleb maksta viivist, mis on 0,1% arve summast S iga hilinemispäeva eest. Leida võlgnevuse V (arve summa + viivis) sõltuvus päevade arvust n .

1.2. Protsentuaalne kasvamine ja kahanemine

Näide 1.2.1. 2009. aastal müüdi poes kaupa 250 tuhande euro eest. 2010. aastal kasvas kauba müük 24%. Mitme tuhande euro eest müüdi kaupa 2010. aastal?

Lahendus 1. $250 + 24\% \cdot 250 = 250 + 0,24 \cdot 250 = 250 + 60 = 310$.

Lahendus 2. $250 + 24\% \cdot 250 = 250 + 0,24 \cdot 250 = 250 \cdot (1 + 0,24) = 250 \cdot 1,24 = 310$.

Vastus: 2010. aastal müüdi kaupa 310 tuhande euro eest.

Teist lahenduskäiku on sobiv kasutada siis, kui oluline on vaid lõppväärtus ning pole vajadust leida, mitme ühiku võrra arv suurenes. Lõppväärtuse saame, kui esialgset väärtust korrutame vastava kordajaga, mis toodud näites on 1,24. Võib ka öelda, et me leiame 124% arvust 250.#

Kui arvu a tuleb suurendada $p\%$, st arvule a tuleb liita $p\%$ arvust a , siis korrutame arvu a kordajaga $(1+0,01p)$:

$$a + p\% \cdot a = a + 0,01pa = a(1 + 0,01p).$$

Mõne näited:

Suurenemise määr	Kordaja, millega korrutada
0,2%	1,002
5%	1,05
13%	1,13
200%	2
250%	2,5

Näide 1.2.2. Kauba müügihind on 55 eurot. Kampania käigus alandatakse hinda 15%. Milline on kauba hind kampania ajal?

Lahendus 1. $55 - 15\% \cdot 55 = 55 - 0,15 \cdot 55 = 55 - 8,25 = 46,75$.

Lahendus 2. $55 - 15\% \cdot 55 = 55 - 0,15 \cdot 55 = 55 \cdot (1 - 0,15) = 55 \cdot 0,85 = 46,75$

Vastus: Kampania ajal on antud kauba hind 46,75 eurot. #

Kui arvu a tuleb vähendada $p\%$, st arvust a tuleb lahutada $p\%$ arvust a , siis korrutame arvu a kordajaga $(1-0,01p)$:

$$a - p\% \cdot a = a - 0,01pa = a(1 - 0,01p).$$

Mõne näited:

Vähennemise määr	Kordaja, millega korrutada
0,3%	0,997
5%	0,95
13%	0,87

Suurenemise korral tuleb arvu korrutada kordajaga, mis on **ühest suurem**. **Vähennemise** korral on vastav kordaja **ühest väiksem**.

Näide 1.2.3. Aastal 2008 vähendati Volli palka 15% ja aastal 2009 vähendati veel 10%. 2011. aastal aga palka tõsteti 25%. Mitu protsenti erineb 2011. aasta palk sellest palgast, mis oli enne vähendamist aastal 2008?

Lahendus.

Olgu Volli esialgne palk P . Aastal 2008 tuleb seda korrutada kordajaga 0,85, aastal 2009 korrutada veel kordajaga 0,9 ja aastal 2011 kordajaga 1,25. Palk aastal 2011 on

$$P \cdot 0,85 \cdot 0,9 \cdot 1,25 = 0,95625 P.$$

Erinevus esialgsest palgast P :

$$0,95625 P - P = (0,95625 - 1)P = -0,04375 P.$$

Leiame, mitu protsenti moodustab see esialgsest palgast:

$$\frac{-0,04375 P}{P} = -0,04375 = -4,375\% \approx -4,4\% .$$

Vastus: 2011. aasta palk on Vollil 4,4% väiksem, kui oli enne vähendamist 2008. aastal. #

Näide 1.2.4. 2008. a. oli Eestis töötuse määr 5,5%, aga 2009. aastal juba 13,8%. Mitu protsenti suurenes töötute arv?

Lahendus

Töötuse määr näitab, mitu protsenti on töötuid kogu tööealisest rahvastikust. Kui 2008. aastal oli töötuse määr 5,5%, siis töötuid oli järelikult $0,055R$, kus R on tööealine rahvastik. Aastal 2009 oli aga töötuid 0,138 (eeldame, et tööealine rahvastik jäi ligikaudu samaks). Töötute arvu muutus oli $0,138R - 0,055R = 0,083R$. Leiame, mitu protsenti moodustab see muutus esialgsest töötute arvust:

$$\frac{0,083R}{0,055R} = 1,5 = 151\% .$$

Töötute arv kasvas järelikult 151%. Kui me ei soovi aga tundmatut R (tööealine rahvastik) kasutada, siis võime arvutada ka nii:

$$\frac{8,3\%}{5,5\%} = \frac{0,083}{0,055} = 1,5 = 151\% .$$

Töötuse määra muutuse kohta öeldakse, et see oli **8,3 protsendipunkti. #**

Protsendimäära muutus esitatakse **protsendipunktides**.

Protsendipunktides esitatakse intressimäära muutus, erinevate maksumäärade, protsentides väljendatud osakaalude ja muude protsendimäärade muutus. Protsendipunkt ei ole uus ühik. See on vaid väljend, mis näitab, et vaadeldavat suurust tuleb käsitleda kahe protsentides antud arvu vahena, aga mitte protsendimäärana mingist arvust.

Näiteid termini „protsendipunkt“ kasutamisest:

- „Kõrgharidusega ja põhiharidusega inimeste tööhõive määra erinevus on Eestis 35 protsendipunkti (OECD keskmine 27 pp). Kriisiaastatel 2007-2009 langes põhiharidusega inimeste tööhõive määr 10 protsendipunkti, samal ajal kõrgharidusega inimeste hõive langes 4,6 protsendipunkti.“ (Ülevaade Eesti haridusstatistikast, www.valitsus.ee 15.09.2011).
- „Euroopa Keskpanga (EKP) nõukogu tõstis intressimäärasid 0,25 protsendipunkti võrra.“ (majandus.delfi.ee, 7.04.2011).
- „Toetus Reformierakonnale kukkus kuuga seitsme protsendipunkti võrra.“ (www.postimees.ee, 17.12.2010).

Kui suurus $b\%$ suureneb (väheneb) p protsendipunkti, siis $p\%$ on protsendimuut, mis lisatakse suurusele (lahutatakse suurusest) $b\%$.

$b\% + p\%$ suurus $b\%$ suureneb p protsendipunkti;

$b\% - p\%$ suurus $b\%$ väheneb p protsendipunkti.

Näide 1.2.5. Erakonna A toetus kasvas viimasel kuul 15%-lt 20%-le. Mitu protsendipunkti kasvas toetus ja mitu protsenti kasvas toetajate arv?

Lahendus.

Toetajate määra muutus protsendipunktides $20\% - 15\% = 5\%$.

Toetajate arvu suurenemine protsentides

$$\frac{5\%}{15\%} = \frac{0,05}{0,15} = \frac{1}{3} \approx 0,333 = 33,3\% .$$

Vastus: Erakonna toetus kasvas 5 protsendipunkti, toetajate arv kasvas 33,3%. #

 **ÜLESANDED**

1.2.1. Eelmisel kuul oli aktsia hind 9,5 eurot. Sellel kuul on hind kasvanud 4%. Kui eeldada, et kasv jätkub samas tempos, kui suur oleks aktsia hind järgmisel kuul?

1.2.2. Kaup alghinnaga 30 eurot lasti müüki soodushinnaga, allahindlusmäär oli 15%. Kui suur on soodushind?

1.2.3. Komisjonipoes hinnatakse kaup alla iga 20 päeva tagant, allahindlusmääraks on alati 20%. Ühel märtsikuu päeval toodi müüki kasukas hinnaga 250 eurot. Kui suur oli selle kasuka hind kaks kuud hiljem?

1.2.4. Riietepoe juhataja teab, et kui kuulutada välja allahindlus, on poes ostjaid oluliselt rohkem. Samal ajal ei soovi ta tegelikult kaupa alla hinnata. Seepärast laseb juhataja hinnalipikutele kirjutada uued, kõrgemad hinnad, siis need maha tõmmata ja hinnaks peale allahindlust kirjutada kauba praegune hind. Vaateakendele laseb ta aga panna suured plakatid „ALE 35%!“. Kui ülikonna hind on 195 eurot, siis milline summa tuleks hinnalipikule kirjutada hinnaks „enne allahindlust“, et peale „allahindlust“ 35% oleks hind ikka 195 eurot?

1.2.5. Aastal 2009 laekus maksudena valla eelarvesse 1 270 132,0 eurot. 2010. aastal valla elanike arv kasvas 4%, iga elaniku kohta laekuv maksutulu aga kahanes keskmiselt 11%. Kui palju laekus maksudena valla eelarvesse 2010. aastal?

1.2.6. Pere elab eramus, mis osteti eluasemelaenu abil. Laenu intressimäär on EURIBOR

(pankadevaheline baasintress) pluss panga intressimäär 1,5%. Eelmisel poolaastal oli EURIBOR 1,7%. Selle poolaastal tõusis EURIBOR 0,7 protsendipunkti võrra. Mitu protsenti kasvas pere eluasemelaenu intress?

1.2.7. * Omavalitsusele jäätmeveo teenust pakkuva ettevõttega sõlmitud lepingus on kirjas, et viie aasta jooksul ei tohi teenuse hind kasvada rohkem kui 10%. Teisel aastal tõusis hind 3%, kolmandal aastal 4% ja viiendal aastal 2%. Mitu protsenti tõusis hind viie aasta jooksul?

1.2.8. * Ülesandes 1.2.1 kasvas aktsia hind 4% kuus. Kui aktsia praegune hind on p , siis milline oleks aktsia hind n kuu pärast, kui iga kuu on kasv 4%?

1.2.9. ** Ülesandes 1.2.4 soovis riietepoe juhataja kuulutada välja allahindlust ilma tegelikku hindade alandamiseta. Selle asemel lasi ta kaupadele arvutada kõrgemad hinnad ja tegi allahindluse nendest hindadest. Mitu protsenti peavad kõrgemad hinnad olema esialgsetest suuremad, et peale allahindlusmäära 35% rakendamist oleks tulemuseks esialgne hind?

1.2.10. ** Kui piima hind on p ja tarbitud piima kogus kuus Q , siis pere kulutused piimale kuus on hind korda kogus ehk $p \cdot Q$. Kui piima hind tõuseb 15%, siis mitu protsenti tuleb vähendada piima tarbimist, et kulutused piimale jääksid samaks?

1.2.11. ** Kauba hinda tõsteti $r\%$, mille tulemusel tarbija vähendas selle kauba ostukogust $r\%$. Mitu protsenti muutusid tarbija kulutused sellele kaubale?

1.3. Hinnad, palgad, maksud

Maksude suurus määratakse enamasti protsendina ehk maksumäärana maksustatavast summast. Järgnevalt vaatleme lähemalt käibemaksu, tulumaksu ja sotsiaalmaksu arvutamise seotud probleeme ning sellega seonduvalt hinnakujundust kaupluses ja tutvume mõistetega bruto- ning netopalk.

Kuidas kujuneb kaupluse kauba müügihind?

Kaupluse hinnakujundus

sisseostuhind	SH
+ juurdehindlus (kulud + kasum)	JH
= netohind (hind ilma käibemaksuta)	$NH = SH + JH$
+ käibemaks	KM

= müügihind (hind koos käibemaksuga)

$$MH = NH + KM$$

Sisseostuhind on hind, millega kaupa ostetakse kohalikult tootjalt või maaletoojalt. Sellele lisatakse kaupluse poolt **juurdehindlus**, mis sisaldab kauba transpordiks ja müügiks tehtud kulutusi (müügipindade rent, kommunaalkulud, töötajate palgad) ning kaupluse kasumit. Tugevas hinnakonkurentsisis või majandussurutise ajal võib kasum ka puududa. Juurdehindlus antakse protsendina sisseostuhinnast, see on **juurdehindluse määr**. Juurdehindluse määr ei ole kõikidel kaupadel ühesugune, näiteks toidukaupadel on see tavaliselt madalam, rõivastel kõrgem. Sageli kasutatakse termini „juurdehindluse määr“ asemel terminit „kaubanduslik marginaal“.

Netohind on hind, mis saadakse, kui sisseostuhinnale lisatakse juurdehindlus. Sellele ei ole veel käibemaksu lisatud ja seepärast märgitakse arvetel ja ostutšekkidel selle kohta „Hind ilma käibemaksuta“.

Käibemaks on kauba või teenuse müüja poolt makstav maks, mis sõltub käibest ja käibemaksu määrast. Käive on kaupade või teenuste müügist saadav tulu. (NB! Tulu ei tohi segi ajada kasumiga, mis on tulu miinus kulu). **Käibemaksুমäär** näitab, mitu protsenti maksustatavast käibest on käibemaks. Alates 1. juulist 2011 on Eestis käibemaksu standardmääraks 20% (enne seda oli 18%). Mõnede toodete või teenuste korral rakendatakse ka määrat 9% või 0% (vt Tolli- ja Maksuameti kodulehekülge <http://www.emta.ee> Ärikliendile -> Maksud ja aktsiisid -> Käibemaks)

Kauba **müügihind** on hind, millega tarbija kaupa ostab. Müügihind saadakse, kui netohinnale lisatakse käibemaks. Selguse mõttes märgitakse tihti selle kohta „Hind koos käibemaksuga“.

Järgnevate näidete ja ülesannete korral tuleks arvestada seda, et vaba hinnakujunduse korral võib kauba müüja (st poe omanik) juurdehindlusmäärat vabalt valida. Käibemaksুমäär on aga riiklikult kehtestatud ja see on kõikides näidetes ning ülesannetes 20%.

Näide 1.3.1. Kauplus ostab lihatööstuselt sealiha hinnaga 3 EUR/kg. Leida 1 kg sealiha netohind ja müügihind, kui juurdehindlusmäär on 25% sisseostuhinnast ja käibemaksumäär on 20% netohinnast.

Lahendus.

Sisseostuhind $SH = 3$.

Juurdehindlus $JH = 0,25 SH$.

Netohind $NH = SH + JH = SH + 0,25 SH = 1,25 SH = 1,25 \cdot 3 = 3,45$.

Käibemaks $KM = 0,2 NH$.

Müügihind $MH = NH + KM = NH + 0,2 NH = 1,2 NH = 1,2 \cdot 3,45 = 4,50$.

Vastus: 1 kilogrammi sealiha netohind selles poes on 3,45 eurot ja müügihind 4,50 eurot. #

Näide 1.3.2. Veiseliha müügihind on selles poes 4,00 EUR/kg. Kui suur on veiseliha sisseostuhind, kui juurdehindlusmäär on sama, mis sealihal?

Lahendus.

Seos müügihinna MH ja netohinna NH vahel

$$MH = 1,2 NH.$$

Avaldame sellest netohinna

$$NH = \frac{MH}{1,2}.$$

Kuna juurdehindlusmäär on 25%, siis seos netohinna NH ja sisseostuhinna SH vahel:

$$NH = 1,25 SH.$$

Avaldame siit sisseostuhinna

$$SH = \frac{NH}{1,25}.$$

Kasutame eespool leitud netohinna avaldist ja leiame sisseostuhinna müügihinna kaudu

$$SH = \frac{NH}{1,25} = \frac{MH/1,2}{1,25} = \frac{MH}{1,25 \cdot 1,2}$$

Veiseliha müügihind oli $MH = 4,00$. Arvutame sisseostuhinna ja ümardame sendi täpsuseni:

$$SH = \frac{MH}{1,25 \cdot 1,2} = \frac{4}{1,25 \cdot 1,2} = 2,67$$

Kontroll: Lähtudes leitud sisseostuhinnast, leiame müügihinna

$$MH = 2,67 \cdot 1,25 \cdot 1,2 = 4$$

Vastus: Veiseliha sisseostuhind on selles poes 2,67 EUR/kg. #

Näide 1.3.3. Kaupluse juhataja teab, et läheduses asuval turul on veiseliha müügil hinnaga 3,80 EUR/kg. Kui ta tahab müüa veiseliha sama hinnaga mis turul, kui suure juurdehindlusmäära peab ta veiselihale valima? Veiseliha sisseostuhind on leitud eelmises näites.

Lahendus.

Kui juurdehindlusmäär on tundmatu, siis netohinna saamiseks tuleb sisseostuhinda korrutada tundmatu kordajaga x

$$NH = SH \cdot x.$$

Avaldame tundmatu x :

$$x = \frac{NH}{SH}.$$

Netohind müügihinna kaudu

$$NH = \frac{MH}{1,2}.$$

Asetame selle tundmatu x avaldisse

$$x = \frac{NH}{SH} = \frac{MH/1,2}{SH} = \frac{MH}{1,2 SH}.$$

Arvestades, et $MH = 3,50$ ja $SH = 2,67$, leiame kordaja juurdehindluse jaoks

$$x = \frac{MH}{1,2 SH} = \frac{3,80}{1,2 \cdot 2,67} = 1,186.$$

Vastus: Veiseliha juurdehindlusmäär peab olema 18,6%. #

Näide 1.3.4. Leiame, kui palju teenib kauplus 1 kg veiseliha müügist kasumit, kui sisseostuhind on 2,67 EUR/kg, juurdehindlusmäär 18,6% ja kulud on 10% sisseostuhinnast.

Lahendus.

Juurdehindlus (kulud + kasum) on $0,186 \cdot 2,67 \approx 0,5$ eurot. Kulud 1 kg veiseliha kohta on $0,1 \cdot 2,67 \approx 0,27$ eurot. Kasumiks jääb $0,5 - 0,27 = 0,23$.

Vastus: 1 kg veiseliha müümisel teenib kauplus kasumit 23 senti. #

Näide 1.3.5. Mari oli suvisel koolivaheajal raha teeninud ja ostis endale sügisel uue nutitelefoni, mis maksis 239 eurot. Kui suur oli käibemaks?

Lahendus.

Käibemaks on 20% netohinnast

$$KM = 0,2 NH.$$

Mari poolt makstud 239 eurot on aga müügihind, mis saadakse, kui netohinnale lisatakse käibemaks:

$$MH = NH + KM = NH + 0,2 NH = 1,2 NH.$$

Käibemaksu leidmiseks avaldame siit netohinna

$$NH = \frac{MH}{1,2} = \frac{239}{1,2} \approx 199,17.$$

Käibemaks on müügihinna ja netohinna vahe

$$KM = MH - NH = 239 - 199,17 = 39,83.$$

Vastus: Käibemaks oli 39 eurot ja 83 senti. #

Kui inimene teeb tööd ja saab selle eest palka, siis ta müüb oma tööjõudu kui kaupa. **Brutopalk** on palk, mida töötajale arvestatakse vastavalt tehtud töö hulgale ja kvaliteedile. Brutopalgast

arvestatakse kindla eeskirja järgi maha tulumaks ja töötuskindlustusmaks. Järele jääb töötajale faktiliselt väljamakstav **netopalk**.

Tulumaksuäär on alates 2008. aastast 21% maksustatavast tulust. **Maksustatav tulu** on isiku poolt saadud tulu (palgatulu, ettevõtlustulu jm), millest on maha lahutatud **maksuvaba tulu**. Näiteks 2011. aastal on maksuvaba tulu 1728 eurot aastas ehk 144 eurot kuus. Lisaks võib maha arvata veel mõningad kulud: koolituskulud, täiendav maksuvaba tulu lapse ülalpidamisel (alates teisest lapsest) jm.

Töötuskindlustus on sundkindlustus, mis kindlustab töötajale hüvitised töötuks jäämise, kollektiivse koondamise ning tööandja maksejõuetuse korral. Hüvitisi rahastatakse töötuskindlustusmaksest laekunud rahast: töötaja töötuskindlustusmaks määraks on 2011. aastal 2,8% brutopalgast. Lisaks maksab töötuskindlustusmaks ka tööandja ning maksumääraks on 1,4% töötajale makstud töötasust.

Parajasti kehtiv maksureeglistik on toodud Maksu- ja Tolliameti veebilehel <http://www.emta.ee>. Bruto- või netopalga arvutamine parajasti kehtivate maksumääradega on mugav veebipõhise palga-arvutajaga, mis asub aadressil <http://www.kasulik.ee/>.

Näide 1.3.6. Vaatame, kuidas toimub netopalga arvutus juhul, kui brutopalgaks on 700 eurot kuus.

Lahendus.

2011.a.maksusüsteem	Summa (eurot)	Arvutuskäik
Brutopalk	700	
Töötuskindlustusmaks (2,8%)	19,6	$700 \cdot 0,028$
Maksuvaba tulu kuus	144	
Tulumaksuga maksustatakse	536,6	$700 - 19,6 - 144$
Tulumaks (21%)	112,7	$536,6 \cdot 0,21$
Netopalk	567,7	$700 - 19,6 - 112,7$

Sotsiaalmaks on mõeldud pensionikindlustuseks ja riiklikuks ravikindlustuseks vajaliku raha kogumiseks. Sotsiaalmaksu maksab tööandja (st ettevõtte). Sotsiaalmaksu määr on 33%

töötajatele väljamakstud töötasudelt (brutopalgalt). Ettevõtte **tööjõukulu** on väljamakstud töötasu pluss sotsiaalmaks.

Näide 1.3.7. Eelmisel kuul oli ettevõtte kõigi töötajate töötasu kokku 24849 eurot. Kui suur oli ettevõtte tööjõukulu, kui sotsiaalmaksu määr on 33%?

Lahendus.

Tööjõukulu saame, kui töötasu suurendame 33% võrra, milleks korrutame seda kordajaga 1,33:

$$24849 \cdot 1,33 = 33049,17.$$

Vastus: Ettevõtte tööjõukulu kokku oli 33049,17 eurot. #



ÜLESANDED

1.3.1. Villem, kellel on mänguasjade veebipood, sai soodsalt osta 100 mänguautot hinnaga 10 eurot tükk.

a) Milline on autode netohind ja müügihind, kui juurdehindlusmäär on Villemi poes 50%?

b) Kui palju maksab Villem nende 100 auto müügi pealt käibemaksu?

1.3.2. Laupäeval käidi terve perega toidupoes, kus kulus 34,50 eurot. Kui suurt käibemaksu see summa sisaldas?

1.3.3. Poes on müügil saapad hinnaga 95 eurot.

a) Milline on saabaste netohind?

b) Kui suur on saapapaari sisseostuhind, kui juurdehindlusmäär on 40%?

c) Kui kulud on 15% sisseostuhinnast, siis mitu eurot saab kauplus iga saapapaari müügist kasumit?

1.3.4. Kauplusesse tulid müügile uued ülikonnad hinnaga 254 eurot. Kui suur juurdehindlusmäär neile määrati, kui on teada, et sisseostuhinnaks oli 150 eurot?

1.3.5. * Julia ostis poest televiisori allahindlusega 20% müügihinnast ja maksis selle eest 420 eurot. Mitu eurot kannab pood selle ostu pealt pärast allahindlust riigile vähem käibemaksu?

1.3.6. * Netohinnast moodustab käibemaks 20%, aga mitu protsenti moodustab käibemaks müügihinnast?

1.3.7. * Härra X brutopalk on 1000 eurot kuus.

a) Kui palju maksab tööandja selle summa pealt sotsiaalmaksu ja töötuskindlustusmaksu, kui sotsiaalmaksumäär on 33% ja töötuskindlustusmaksu määr tööandjale 1,4% töötajale makstud töötasust (brutopalgast)?

b) Kui palju maksab härra X töötuskindlustusmaksu ja tulumaksu, kui töötuskindlustusmaksu määr töötajale on 2,8%, tulumaksumäär on 21% brutopalgast, tulumaksu vaba miinimum 144 eurot kuus?

c) Kui suur on härra X netopalk?

d) Härra X tarbib kogu oma netopalga eest kaupu ja teenuseid, mille käibemaksumäär on 20%. Kui palju käibemaksu selle tarbimisega riigieelarvesse laekub?

e) Kui suure summa moodustavad kõik osades a), b) ja d) leitud maksud kokku? Mitu protsenti moodustab see brutopalgast?

1.3.8. ** Müügijuht soovib arvutusvalemit juurdehindlusmäära arvutamiseks, kui on ette antud kauba sisseostuhind SH ja müügihind MH . Tuletada vastav valem.

1.3.9. Olgu brutopalk 1000 eurot. Leida netopalk arvestades, et töötuskindlustusmaksu määr on 2,8% , tulumaksuvaba 144 eurot ja tulumaksumäär 21%.

1.3.10. Isa netopalk on 1200 eurot. Kui suur on tema brutopalk, kui tulumaksuvaba miinimum on 144 eurot, tulumaksumäär 21% ja töötuskindlustusmaksu määr 2,8% ?

1.3.11. Ema kuupalk on 950 eurot. Peres on kaks last, kes peale kooli käivad huviringides, mille eest maksab ema 420 eurot aastas. Kui palju maksab ema aastas tulumaksu, kui töötuskindlustusmaksu määr on 2,8%, tulumaksumäär 21%, tulumaksuvaba miinimum on 1728 eurot aastas pluss teise lapse eest veel samapalju. Arvestada ka seda, et huviringide eest makstav tasu on maksuvaba kulu, st enne tulumaksu leidmist arvatakse ka see tulust maha.

1.3.12. Kui ettevõtte palkab tööle uue töötaja kuupalgaga 700 eurot, siis mitme euro võrra suurenevad ettevõtte tööjõukulud kuus? Sotsiaalmaksu määr on 33%.

1.3.13. * Väikeettevõtte, kus on kolm töötajat, kandis eelmisel kuul maksuameti kontole sotsiaalmaksu 3122,18 eurot. Kui suur on selles ettevõttes keskmine brutopalk ühe töötaja kohta, kui sotsiaalmaksu määr on 33%?

1.3.14. Uurida, milline oli kaubanduslik marginaal ehk juurdehindluse määr jaekaubanduse erinevatel aladel 2010. a. IV kvartalis. Allikaks kasutada Eesti Statistikaameti andmebaasi internetis aadressil www.stat.ee. Näpunäited: Avalehelt valida Andmebaas -> Majandus -> Sisekaubandus -> Sisekaubanduse majandusnäitajad -> Tabel „KM0107: Kaubandusettevõtete tulud, kulud, kaubanduslik marginaal tegevusala (EMTAK 2008) järgi (kvartalid)“. Valida aasta, kvartal, tegevusala („Jaekaubandus v.a mootorsõidukid ja mootorrattad“ ja kõik selle all olevad) ning näitaja „Kaubanduslik marginaal, %“.



KIRJANDUST LUGEMISEKS

Telgmaa, A. Rahandusküsimusi koolimatemaatikas. Tallinn, 1997. Lk 5-16.



ÜLESANNETE VASTUSED

1.1.1. Pärnu maakonnas 14,7%, Rapla maakonnas 16,1%. **1.1.2.** a) 8,36 eurot; b) 11,8%. **1.1.3.** 84. **1.1.4.** 20 tundi. **1.1.5.** 200 eurot. **1.1.6.** a) Kulud materjalidele 61,8% ja tööraha 38,2%; b) 3,1%; c) 62,9%; d) 8,1%; e) Arvuline seos $5\% \cdot 61,8\% \approx 3,1\%$. Ligikaudsus tuleneb sellest, et ümardasime arvutustulemusi, tegelikult on seos täpne. Kui hinnatõus protsentides on r , materjalikulu osakaal kogumaksumusest m ja kogumaksumuse tõus protsentides p , siis $p = m \cdot r$. **1.1.7.** a) 25%; b) 33,3%. **1.1.8.** a) 14,0%; b) 12,3%. **1.1.9.** a) 2,7 g kulda ja 4,5 g muid metalle; b) 4,2 g kulda ja 3,0 g muid metalle; d) 6,0 g kulda ja 1,2 g muid metalle. **1.1.10.** Harju maakonnas 6795 sündi, Hiiu maakonnas 82 sündi. **1.1.11.** $V=S(1+0,001n)$. **1.2.1.** 10,28 eurot. **1.2.2.** 25,5 eurot. **1.2.3.** 128 eurot. **1.2.4.** 300 eurot. **1.2.5.** 1 175 634,2 eurot. **1.2.6.** 21,9%. **1.2.7.** 9,26%. **1.2.8.** $1,04^n p$. **1.2.9.** 53,8%. **1.2.10.** 13%. **1.2.11.** Vähenesid $0,01r^2\%$. **1.3.1.** a) Netohind 15, müügihind 18 eurot tükk; b) 300 eurot. **1.3.2.** 5,75 eurot. **1.3.3.** a) 79,17 eurot; b) 56,55 eurot; c) 14,14 eurot. **1.3.4.** 70%. **1.3.5.** 17,5 eurot. **1.3.6.** Ligikaudu 16,7%. **1.3.7.** a) Sotsiaalmaks 330 eurot, töötuskindlustusmaks 14 eurot; b) töötuskindlustusmaks 28 eurot, tulumaks 173,88 eurot; c) 798,12 eurot; d) 133,02 eurot; e) 678,90 eurot ehk 67,9% brutopalgast. **1.3.8.** $\frac{MH}{1,2SH} - 1$. **1.3.9.** 798,12 eurot. **1.3.10.** 1523,36 eurot. **1.3.11.** 1513,01 eurot. **1.3.12.** 931 euro võrra. **1.3.13.**

782,5 eurot. **1.3.14.** Näiteks mootorikütuse jaemüük 10%; tekstiiltoodete, rõivaste, jalatsite ja nahktoodete jaemüük 84%.